

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий

Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета компьютерных систем и информационных технологий  
Кочевский А. А.  
2023 г.



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
по учебной дисциплине

«Математические модели природных систем»

01.04.02 Прикладная математика и информатика

«Математическое моделирование сложных систем»

Разработчик:

доцент \_\_\_\_\_ Щелоков В. С.

ФОС рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики  
от 18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Малый В. В.

Луганск 2023 г.

**Паспорт  
фонда оценочных средств по учебной дисциплине  
«Математические модели природных систем»**

**Перечень компетенций (элементов компетенций),  
формируемых в результате освоения учебной дисциплины**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Формулировка контролируемой компетенции	Контролируемые темы учебной дисциплины	Этапы формирования (семестр изучения)
1	ОПК-3	способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	Тема 1. Моделирование как метод познания Тема 2. Важнейшие понятия, связанные с математическим моделированием Тема 3. Примеры математических моделей в физике, химии, биологии, экономике, социологии. Тема 4. Технология математического моделирования и его этапы Тема 5. Имитационное моделирование Тема 6. Моделирование стохастических систем Тема 7. Моделирование сложных организационно-технических систем	завершающий (3)
2	ПК-1	способен публично представлять собственные и известные научные результаты	Тема 1. Моделирование как метод познания Тема 2. Важнейшие понятия, связанные с математическим моделированием Тема 3. Примеры математических моделей в физике, химии, биологии,	завершающий (3)

			<p>экономике, социологии.</p> <p>Тема 4. Технология математического моделирования и его этапы</p> <p>Тема 5. Имитационное моделирование</p> <p>Тема 6. Моделирование стохастических систем</p> <p>Тема 7. Моделирование сложных организационно-технических систем</p>	
3	ПК-2	<p>способен активно участвовать в построении и исследовании новых математических моделей в естественных науках и определять возможные области их применения</p>	<p>Тема 1. Моделирование как метод познания</p> <p>Тема 2. Важнейшие понятия, связанные с математическим моделированием</p> <p>Тема 3. Примеры математических моделей в физике, химии, биологии, экономике, социологии.</p> <p>Тема 4. Технология математического моделирования и его этапы</p> <p>Тема 5. Имитационное моделирование</p> <p>Тема 6. Моделирование стохастических систем</p> <p>Тема 7. Моделирование сложных организационно-технических систем</p>	

**Показатели и критерии оценивания компетенций,  
описание шкал оценивания**

№ п/п	Код контролируемой компетенции	Показатель оценивания (знания, умения, навыки)	Контролируемые темы учебной дисциплины	Наименование оценочного средства
1	ОПК-1 ПК-1 ПК-2	<p>знать: место и роль общих вопросов науки в научных исследованиях; современные проблемы математики, физики и экономики;</p> <p>теоретические модели рассуждений, поведения, обучения в когнитивных науках; новейшие открытия в области когнитивных наук; постановку проблем математического и информационного моделирования сложных систем; взаимосвязь и фундаментальное единство естественных наук.</p> <p>уметь: эффективно использовать на практике теоретические компоненты науки: понятия, суждения, умозаключения, законы; представить панораму универсальных методов и законов современного естествознания; работать на современной электронно-вычислительной технике; абстрагироваться от несущественных факторов при моделировании реальных природных и общественных явлений; планировать процесс моделирования и вычислительного эксперимента.</p> <p>владеть навыками: самостоятельной работы в лаборатории на</p>	<p>Тема 1. Моделирование как метод познания</p> <p>Тема 2. Важнейшие понятия, связанные с математическим моделированием</p> <p>Тема 3. Примеры математических моделей в физике, химии, биологии, экономике, социологии.</p> <p>Тема 4. Технология математического моделирования и его этапы</p> <p>Тема 5. Имитационное моделирование</p> <p>Тема 6. Моделирование стохастических систем</p> <p>Тема 7. Моделирование сложных организационно-технических систем</p>	индивидуальные задания, промежуточная аттестация (экзамен)

		современной вычислительной технике; математического моделирования поведения, рассуждений и обучения.		
--	--	--	--	--

**Фонды оценочных средств по дисциплине  
«Математические модели природных систем»**

**Вопросы для фронтальных и индивидуальных опросов:**

*Тема 1.* Моделирование как метод познания.

Цели и задачи моделирования. Понятие “модель”. Натурные и абстрактные модели. Моделирование в естественных и технических науках. Абстрактные модели и их классификация. Компьютерная модель.

*Тема 2.* Важнейшие понятия, связанные с математическим моделированием.

Понятие “математическая модель”. Различные подходы к классификации математических моделей. Характеристики моделируемого явления. Уравнения математической модели. Внешние и внутренние характеристики математической модели. Закрытые математические модели.

*Тема 3.* Примеры математических моделей в физике, химии, биологии, экономике, социологии.

Модели движения материальной точки Аристотеля и Галилея. Модели Солнечной системы Птолемея, Коперника, Кеплера. Простейшая демографическая модель. Модель многоотраслевой экономики Леонтьева. Простейшая модель боевого взаимодействия Ланчестера. Модель конкуренции. Модель хищник-жертва.

*Тема 4.* Технология математического моделирования и его этапы.

Составление модели. Проверка замкнутости модели. Идентификация модели. Системы измерения и наблюдаемость модели относительно системы измерения. Разработка процедуры вычисления внутренних характеристик модели. Численный эксперимент. Верификация и эксплуатация модели.

*Тема 5.* Имитационное моделирование.

Имитационные модели и системы. Область и условия применения. Этапы построения имитационной модели. Критерии оценки адекватности модели. Отличительные признаки методов математического и имитационного моделирования. Имитационные эксперименты. Проблемы, связанные с практическим использованием имитационных моделей. Примеры имитационных моделей.

*Тема 6.* Моделирование стохастических систем.

Моделирование случайных процессов. Стохастические методы в статистической физике. Понятие марковского процесса (марковская цепь). Броуновская динамика. Генераторы случайных чисел. Генерация случайных

чисел с заданным законом распределения. Метод статистических испытаний. Моделирование последовательностей независимых и зависимых случайных испытаний. Общий алгоритм моделирования дискретной случайной величины. Хаотическое движение динамических систем.

*Тема 7.* Моделирование сложных организационно-технических систем. Особенности моделирования сложных организационно-технических систем. Математические и гуманитарные методы прогноза, их взаимодействие.

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «фронтальный и индивидуальный опрос»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

### Контрольные работы:

*Типовые варианты контрольных работ*

#### Вариант 1.

1. Классификация математических моделей. Критерии.
2. Решить дифференциальное уравнение методами Рунге:

$$y'' - 2xy - 2x = 0; \quad y(0) = 1, y'(1) = 0;$$

## Вариант 2.

1. Задачи и особенности математического моделирования. Типы задач математического моделирования.
2. Решить дифференциальное уравнение методом Бубнова-Галеркина:

$$y'' + y = x^2 - 1; \quad y(0) = y(1) = 0$$

## Вариант 3.

1. Модель соперничества: система «хищник – жертва».
2. Решить дифференциальное уравнение методом Рунге:

$$y'' - 2xy - 3 = 0; \quad y(0) = 2, y'(1) = 0;$$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «контрольная работа»

Шкала оценивания (интервал баллов)	Критерий оценивания
5	Контрольная работа выполнена на высоком уровне (правильные ответы даны на 90-100% вопросов/задач)
4	Контрольная работа выполнена на среднем уровне (правильные ответы даны на 75-89% вопросов/задач)
3	Контрольная работа выполнена на низком уровне (правильные ответы даны на 50-74% вопросов/задач)
2	Контрольная работа выполнена на неудовлетворительном уровне (правильные ответы даны менее чем на 50%)

## Варианты индивидуальных заданий:

*Типовые варианты индивидуальных заданий*

*Задание 1.* Определить тип модели и привести её к каноническому виду.

1.  $yu_{xx} - u_{yy} = 0, y > 0;$

$$u_{xx} + xuy_{yy} - \frac{1}{2x}u_x + \frac{x}{2}u_y = 0;$$

$$x^2u_{xx} + 2xuy_{xy} + y^2u_{yy} = 0.$$

2.  $x^2u_{xx} - y^2u_{yy} - 2uy_y = 0;$

$$u_{xx} + 4u_{xy} + 13u_{yy} + 3u_x + 24u_y - 9u + 9(x + y) = 0;$$

$$x^2 u_{xx} + 2xyu_{xy} + y^2 u_{yy} - 2yu_x + ye^{y/x} = 0.$$

$$3. \quad u_{xx} - yu_{yy} - \frac{1}{2}u_y = 0, \quad y > 0;$$

$$(1+x^2)u_{xx} + (1+y^2)u_{yy} + xu_y + yu_x - 2u = 0;$$

$$e^{2x}u_{xx} + 2e^{x+y}u_{xy} + e^{2y}u_{yy} - xu = 0;$$

Задание 2. Решить уравнение гиперболического типа  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  на оси  $OX$

с начальными условиями  $u(x, 0) = \phi(x)$ ,  $u'_t(x, 0) = \psi(x)$  методом Даламбера.

Вариант	$u(x, 0)$	$u'_t(x, 0)$	$a$	Вариант	$u(x, 0)$	$u'_t(x, 0)$	$a$
1	$\sin x$	$1/(2+x^2)$	4	16	$-x^3$	$x/\sqrt{1+x^2}$	4

Задание 3. Решить уравнение гиперболического типа  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  на

полуоси  $x \in [0, \infty]$ ,  $0 < t < \infty$  с начальными условиями  $u(x, 0) = \phi(x)$ ,

$u'_t(x, 0) = \psi(x)$  и краевыми условиями  $u(0, t) = 0$  или  $u'_x(0, t) = 0$  методом

Даламбера.

Вариант	$u(x, 0)$	$u'_t(x, 0)$	$u(0, t)$	$u'_x(0, t)$	$a$	Прод.нач.усл.
1	$x^2$	$x$	0	-	3	$n$

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству «индивидуальные задания»

Шкала оценивания	Критерий оценивания
Зачтено	Правильность решения заданий составляет 90-100%
Не зачтено	Правильность решения заданий составляет менее 90%

### Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Типовые экзаменационные билеты

#### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

Дисциплина «Математические модели природных систем»

1. Соответствие между моделью и действительностью: различия и сходство.

2. Уравнения равновесия механики сплошной среды.



3. Решить дифференциальное уравнение методами Ритца и Бубнова-Галеркина:

$$y'' + y + x = 0; \quad y(-1) = 3, y'(1) = 0; \quad y(0) = y(1) = 0$$

Утверждено на заседании кафедры ПМ, протокол №\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ доц. Малый В.В.

Лектор

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

Дисциплина «Математические модели природных систем»

1. Математическое моделирование. Виды. Этапы математического моделирования.
2. Напряженно – деформированное состояние сплошной среды. Энергия деформации.
3. Решить дифференциальное уравнение методами Ритца и Бубнова-Галеркина:

$$y'' - 2xy - 2x = 0; \quad y(0) = 1, y'(1) = 0; \quad y(0) = y(1) = 0$$

Утверждено на заседании кафедры ПМ, протокол №\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ доц. Малый В.В.

Лектор

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Основные уравнения математической физики – волновое уравнение, уравнение Лапласа, уравнение теплопроводности и другие физические задачи, приводящие к этим математическим моделям.

2. Определить тип и свести к каноническому виду ДР:

$$x^2 u_{xx} - y^2 u_{yy} - 2y u_y = 0;$$

3. Решить уравнение гиперболического типа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in [0, \infty), \quad 0 < t < \infty \text{ с начальными условиями}$$

$$u(x, 0) = \phi(x), \quad u'_x(x, 0) = \psi(x) \text{ и краевыми условиями } u(0, t) = 0 \text{ или } u'_x(0, t) = 0 \text{ по методу Даламбера: } \phi(x) = x \sin x, \quad \psi(x) = 0, \quad u(0, t) = 0, \quad a = 1.$$

Утверждено на заседании кафедры ПМ, протокол №\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ доц. Малый В.В.

Лектор

Критерии и шкала оценивания по оценочному средству промежуточный контроль (экзамен)

Шкала оценивания	Критерий оценивания
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объёме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно чёткие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы

### Лист изменений и дополнений

№ п/п	Виды дополнений и изменений	Дата и номер протокола заседания кафедры (кафедр), на котором были рассмотрены и одобрены изменения и дополнения	Подпись (с расшифровкой) заведующего кафедрой (заведующих кафедрами)

## Экспертное заключение

Представленный фонд оценочных средств (далее – ФОС) по дисциплине «Математические модели природных систем» соответствует требованиям ФГОС ВО.

Предлагаемые формы и средства текущего и промежуточного контроля адекватны целям и задачам реализации основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика.

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины представлены в полном объеме.

Виды оценочных средств, включенные в представленный фонд, отвечают основным принципам формирования ФОС.

Разработанный и представленный для экспертизы фонд оценочных средств рекомендуется к использованию в процессе подготовки обучающихся по указанному направлению.

Председатель учебно-методической  
комиссии факультета компьютерных  
систем и информационных  
технологий



Ветрова Н. Н.